

# 序列

---

尝试构造：

把那些连续递减序列叫做逆序块，显然块大小不超过  $y$ ，

将初始序列置为  $1, 2, \dots, n$ ，将最后  $y$  个数逆序得到  
 $1, 2, \dots, n - y(n, n - 1, \dots, n - y + 1)$ ，

等价于在末尾构造了一个  $y$  大小的逆序块，使得 LIS 减小了  $y - 1$  变为了  $n - (y - 1)$ 。

所以，我们通过不断构造逆序块来减小 LIS，同时逆序块大小不超过  $y$ ，也满足最长下降子序列的条件。

最后分析**无解**的情况：

我们提出了构造逆序块的方法，那么最恰好的情况，所有逆序块大小均为  $y$  且总长刚好为  $n$ ，此时 LIS 即为逆序块的个数，记为  $x$ ，那么有  $x \times y = n$ 。

如果  $x \times y < n$ ，说明构造了  $x$  个大小为  $y$  的逆序块后，序列前端还有数字，此时不可能满足条件，LIS 必然大于  $x$ ，无解。

另一种情况：若  $x + y > n + 1$ ，显然无解。

# 链接

---

由题：每条边的权值是  $2^i$ ，我们可以发现对于第  $i$  条边满足， $2^1 + 2^2 + \dots + 2^{i-1} < 2^i$ 。

所以如果两个点能通过前  $i - 1$  条边到达（加入前  $i - 1$  条边后联通），那肯定比通过第  $i$  条更优，所以我们从 1 到  $n$  按顺序建最小生成树（Kruskal）。

对于 0 点和 1 点的最短路，我们只需枚举最小生成树上的每条边，这条边两侧的任意 01 点组合的最短路都会通过这条边，所以统计两侧的黑白点个数，计算贡献即可。

# 数字对

---

30%：暴力枚举判断。 $\mathcal{O}(n^4)$ 。

60%：特殊区间的特点实际上就是区间最小值等于这个区间的 GCD，于是暴力或递推算出每个区间最小值与 GCD。而对于最大价值，可以通过二分来进行求解。复杂度  $\mathcal{O}(n^2)$ 。

100%：在 60% 的基础上，最小值与 GCD 都使用 RMQ 算法来求解，对于这道题推荐使用 ST 表。最大价值仍然使用二分。复杂度  $\mathcal{O}(n \log n)$ 。

## 不死

设  $f[i][S]$  表示当前已经上完了第  $i$  节课，且集合  $S$  中的科目目前不能再睡，这时 LYM 的最小疲劳值。

转移方程：

设  $p[i]$  为第  $i$  节课的科目代号， $Down[i]$  为睡第  $i$  节课疲劳的减少值， $Up[i]$  为上第  $i$  节课疲劳的增加值，如果  $i$  不是主科  $f[i][s] = f[i-1][s] - Down[i]$ ，直接睡第  $i$  节课。

如果  $i$  是主科：

1. 如果睡第  $i$  节睡，即  $(S \gg (p[i] - 1) \& 1)$  的值为 1：第  $i$  节课上的决策是睡觉。因为  $S$  是上完这节课之后的状态，上完这节课之后，该科目不能再睡，说明这节课肯定是睡了的。 $f[i][s] = f[i-1][s \ll (p[i] - 1)] - Down[i]$ 。

2. 如果不睡第  $i$  节：

$$f[i][s] = \min(f[i-1][s] + Up[i], f[i-1][s \text{ XOR } (1 \ll (p[i] - 1))] + Up[i])$$

这里有两种状态需要决策：

$f[i-1][s] + Up[i]$  表示若第  $i$  节可以睡，但没有睡。

$f[i-1][s \text{ XOR } (1 \ll (p[i] - 1))] + Up[i]$  表示若第  $i$  节不能睡，上完第  $i$  节后，状态  $s$  变为可以睡。

上述的转移方程还应有所限制：只要疲劳值超过了疲劳限度，LYM 会死，因此在转移时，只有疲劳值小于等于忍耐限度的状态，才可以被转移。

但是我们并不知道疲劳限度，最简单的处理方式是二分答案，这很显然满足二分性质：

如果忍耐限度不够高，第  $n$  天的所有状态的都超过了限度，LYM 死定了。如果第  $n$  天存在小于等于限度的状态，就说明忍耐限度足够了。

状压 DP + 二分答案，时间复杂度  $\mathcal{O}(S * n * \log MAXN)$ 。其中  $S$  是子集的数目，64 个， $MAXN$  是二分上限。