【CSP-J 2023专题比赛】J2-图 题解

问题 A: 村村通工程

n<=100　所以随便做都可以过。

先把边按长度排序，然后枚举最长边，再从大到小加边，直到实现连得边数为n-1，
最后加入的边即为此最长边对应的最短边。
之后再统计答案就好了
加边时用并查集维护。

不要把这道题想象成最小生成树的练习题，虽然原理跟最小生成树很像，但是题目中明确要求不要求最小造价，所以我们的解决办法是，使用kruskal算法排序后，从小到大枚举每条边，每次都跑最小生成树，然后更新ans为最长边与最短边差的最小值。

问题 B: 传玫瑰

思路：在矩阵上求最短路。由于任意时刻都可以走四个方向，棋盘dp不可做，只能转图论最短路。

SPFA 单源最短路 ，std 有人dfs也可以过

问题 C: 最小生成树

思路：

很明显，可以让1做根节点，最小生成树的权值和为n-1，这样最小生成树里的边的权值都为1，即i与j互质。又因为题目里说的“ 所有除根以外的节点的父亲的标号必须小于自身标号”，也就是对于每个点来说，他的父节点的标号必须小于他的标号，所以对于一个点x来说，他的父节点有phi[x] 种可能。根据乘法原理计算即可。

伪最小生成树题

```
手玩可以发现，要求的就是欧拉函数的第 2 到 n 项的积。
简略证(xia)明(che)：
首先最小生成数的权值和肯定是 n − 1 ，这个很显然。
然后要满足题目说的，每个点的父亲只能是比他小的点，而且边权要唯一，
那么只能连接和它互质的数，然后就是乘法原理啊。
```

欧拉函数

定义

欧拉函数（Euler's totient function），即 $\varphi(n)$，表示的是小于等于 n 和 n 互质的数的个数。

比如说 $\varphi(1) = 1$。

当 n 是质数的时候，显然有 $\varphi(n) = n - 1$。

oi-wiki.org//math/number-theory/euler/

问题 D: 战争

一题很裸的最大生成树

问题 E: 最勇敢的机器人

a和b会发生爆炸。即a,b中只能选一个。也即分组背包问题。

首先，如果x和y会发生爆炸就把x和y合并在一起（并查集），然后根据合并的情况构造出k组物品。每组中都只能选取一个物品。

然后先for k组背包。表示按照组的顺序进行背包的操作。

然后是for 容量。表示接下来为j容量选取一个物品。

然后是for第k组物品中的具体每一个物品。

因为先for的是容量。所以可以保证。只会选取第k组物品中的一个物品。

最后输出答案即可。

分组背包

https://oi-wiki.org/dp/knapsack/#%E5%88%86%E7%BB%84%E8%83%8C%E5%8C%85

问题 F: 跑路

分析：因为k是任意自然数，那么关键就看走2^k能不能从i到j,怎么求呢？可以通过距离吗？显然不行，因为求距离是在求出能否到达之后的事情，发现2^k这个比较特殊的数字，联想到倍增，想一想倍增的性质,2^i-1 + 2^i-1 = 2^i,那么如果从i到j走2^{i-1}可以到，j到k走2^{i-1}可以到，那么i到k走2^i一定可以到，那么计算出能否到达之后一个floyd算法即可过.

本题思路贼有意思。

首先按照题意每次能跳2^k的距离，不难想到用倍增，关键是倍增该怎么用到本题上。

很容易想到用倍增来预处理每个点能一次跳到的点并建边，那么问题就转化为了最短路问题了。

初始化设$g[i][j][k]$表示的是i到j能通过跳2^k一步到达，读入时便能处理出所有$k=0$的情况，然后就能直接倍增预处理了，状态转移方程为

$g[i][j][k]=g[i][t][k-1]&g[t][j][k-1]$

（意味着i到t能跳2^{k-1}次一步到达，t到j能跳2^{k-1}一步到达，那么i到t能跳$2^{k-1}+2^{k-1}=2^k$次一步到达），能一步到的就连边权为1。

最后只需要跑一下最短路就好了，$n \leq 50$且题目中边所连的点还能相同，直接跑$floyd$就可以了
